

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 6 februarie 2026

Clasa a VII-a Enunțuri

1. Demonstrați că $\frac{\sqrt{28}-\sqrt{72}+\sqrt{80}}{\sqrt{63}-\sqrt{162}+\sqrt{180}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{21}} + \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$. **21 puncte**

 2. Numerele naturale nenule a, b și c sunt direct proporționale cu numerele $p, p + 1$ respectiv $p + 2$, unde $p \geq 3$ este un număr prim. Demonstrați că:
 - a) $a + b + c : 3(p + 1)$; **10 puncte**
 - b) numărul $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ este irațional. **11 puncte**

 3. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC și $AD \perp BC$, unde $D \in (BC)$. În exteriorul triunghiului ABC construim pătratul $BCEF$. Dacă $(AE$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DAC$, arătați că:
 - a) triunghiul ABC este isoscel; **10 puncte**
 - b) $m(\sphericalangle BAE) = 45^\circ$. **11 puncte**
- Gazeta Matematică 10/2025*
4. Pe latura (AB) a triunghiului ABC există un punct D astfel ca $AD = DC = BC$. Se consideră M și N mijloacele segmentelor AC , respectiv BD și $CN \cap DM = \{E\}$.
 - a) Demonstrați că $CD \perp AE$. **10 puncte**
 - b) Dacă $CD \cap AE = \{F\}$, demonstrați că $AN = CF$. **11 puncte**

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Se acordă 16 puncte din oficiu;
- Punctajul maxim este de 100 puncte;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.